ESATIC 2022 – 2023

Licence 3, FAST-UL

TD Analyse numérique des EDO

Exercice 1

On cherche à approcher la solution y du problème de Cauchy

$$(1)\ \begin{cases} y'(t) = f\big(t; y(t)\big)\,, \ \ t \in [a; b] \\ y(a) = \beta \end{cases}$$

Où $f: [a; b] \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisfait aux conditions de Cauchy-Lipschitz.

Pour cela, on utilise le schéma suivant $\begin{cases} y_{n+1} = y_n + h\Phi(t_n, y_n; h) \\ y_0 = \beta \end{cases}$

avec $\Phi(t, y; h) = \frac{1}{8}(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)$ où :

$k_1 = f(t, y)$,

$k_2 = f\left(t + \frac{h}{3}; y + \frac{h}{3}k_1\right)$,

$k_3 = f\left(t + \frac{2h}{3}; y - \frac{h}{3}k_1 + hk_2\right)$ et

$k_4 = f(t + h; y + hk_1 - hk_2 + hk_3)$

Etudier la convergence et déterminer l'ordre du schéma.

Exercice 2

Résoudre l'équation différentielle

$$(\text{E}) : \ y' - ty^2 - y = 0\,; \ \ y(0) = 0{,}5$$

sur [0 ; 1], à l'aide du schéma classique de R.K. avec un pas fixe h=0,1.

Les résultats seront donnés à 10^{-4} *près.*

Exercice 3

Résoudre l'équation différentielle d'ordre (E) : $y'' - 2y' + y = t^2$, $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$ sur [0 ; 10s] en considérant le pas fixe $h = 1$, par la méthode des trapèzes explicites.